2024年常州市职业学校职教高考第一次调研性统测

数学　试卷

本试卷分第Ⅰ卷（客观题）和第Ⅱ卷（主观题）两部分。第Ⅰ卷1页至2页，第Ⅱ卷3页至4页。两卷满分150分，考试时间120钟。

注意事项：

1. 答卷前，考生务必按规定要求填涂答题卡上的姓名、考试证号、考试科目等项目。

2. 用2B铅笔把答题卡上相应题号中正确答案的标号涂黑，用黑色水笔在答题卡规定的答题区域书写答案。答案不涂写在答题卡上无效。

第Ⅰ卷（共40分）

一、单项选择题（本大题共10小题，每小题4分，共40分．在下列每小题中，选出一个正确答案，将答题卡上相应题号中正确答案的字母标号涂黑）

1.已知集合$A=\{1,2,3\},B=\{x||x-1|\le 1\}$，则$A\cap B$等于　（　　）

A. $[0,2]$　　B. $[1,2]$　　C. $\{1,2\}$　　D. $\{1,2,3\}$

2.若复数满足$2z-i=3(z-1)$，则$z\cdot\overline{z}$等于　（　　）

A. 8　　B. 10　　C. $2\sqrt{2}$　　D. $\sqrt{10}$

3.化简逻辑式$AB+\overline{AB}+A\overline{B}+\overline{A}B$所得的结果是　（　　）

A. AB　　B. $\overline{AB}$　　C. 1　　D. $\overline{B}$

4.已知$a>0$，$\left(2x-\dfrac{a}{x^2}\right)^6$展开式中常数项为60，则$a$等于　（　　）

A. $\dfrac{1}{2}$　　B. 2　　C. $\dfrac{1}{4}$　　D. 4

5.以斜边长为$\sqrt{2}$的等腰直角三角形的斜边为轴旋转一周，则所得几何体的体积为

（　　）

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}\pi$　　B. $\dfrac{\sqrt{2}}{4}\pi$　　C. $\dfrac{\sqrt{2}}{6}\pi$　　D. $\dfrac{\sqrt{2}}{8}\pi$

6.已知双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的一条渐近线过点$(2,\sqrt{3})$，且一个焦点在抛物线$y^2=4\sqrt{7}x$的准线上，则双曲线的离心率为　　　　(　　)

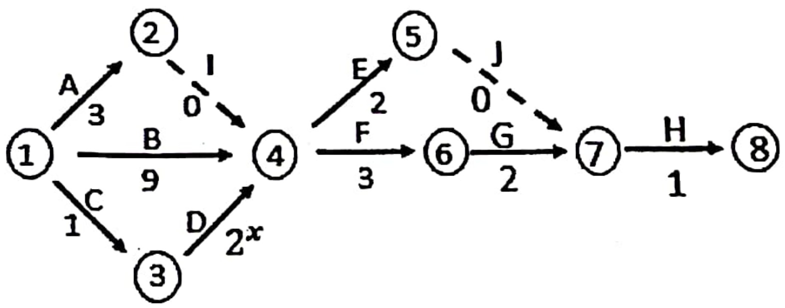
A. $\frac{\sqrt{7}}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{7}}{3}$　　C. $\sqrt{7}$　　D. $\frac{\sqrt{2}}{3}$

7.已知将函数$y=2\sin(2x+\frac{\pi}{4})$的图像向左平移$\varphi(0<\varphi<\frac{\pi}{2})$个单位长度后所得图像关于$y$轴对称，则$\varphi$的值为　　　　(　　)

A. $\frac{\pi}{3}$　　B. $\frac{\pi}{4}$　　C. $\frac{\pi}{6}$　　D. $\frac{\pi}{8}$

8.如图是某工程的网络图，若最短总工期是15天，且图中x的最大值为$\vec{a}\cdot\vec{b}$的值，其中数组$\vec{a}=(-1,2,1),\vec{b}=(2,0,t)$，则$t$等于　　　　(　　)

A. 1　　B. 2　　C. 4　　D. 5



9 已知定义在R上的奇函数满足$f(x+2)=-f(x)$，当$x\in[0,1]$时，$f(x)=3^x-1$，则有　　　　(　　)

A. $f(6)<f(\frac{3}{2})<f(-7)$　　B. $f(6)<f(-7)<f(\frac{3}{2})$

C. $f(-7)<f(6)<f(\frac{3}{2})$　　D. $f(\frac{3}{2})<f(6)<f(-7)$

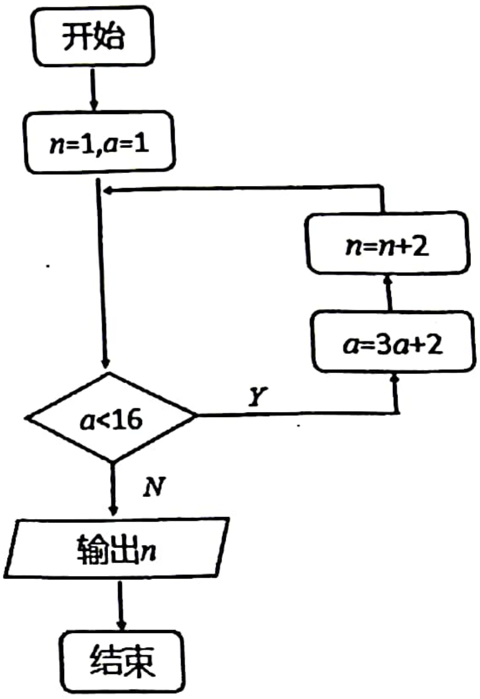
10.已知 a，b 为正实数，且直线$2x-(b-3)y+1=0$与直线$bx+ay-3=0$互相垂直，则$2a+3b$的最小值为　　　　(　　)

A. 25　　B. 5　　C. $\sqrt{5}$　　D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

第II卷（共110分）

二、填空题（本大题共5小题，每小题4分，共20分）

11.如图是一个程序框图，执行该程序框图，则输出的 n 的值为________.



12.已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，若 $S_2=2a_2+1, S_3=2a_3+1$，则公比 $q=$_______.

13.已知 $\sin(\alpha+\frac{\pi}{4})=\frac{\sqrt{3}}{3}$，则 $\cos(\frac{\pi}{2}-2\alpha)=$____________.

14.已知圆心为抛物线 $(y-1)^2=4(x+2)$ 的焦点，且与直线 $\begin{cases}x=2t\\y=-t-2\end{cases}$ （t为参数）相切，则圆的方程为_______________.

15.设函数 $f(x)=\begin{cases}(1-2a)x+3a(x<1)\\2^{x-1}(x\ge 1)\end{cases}$ 的值域为 R，则实数 a 的取值范围为__________.

三、解答题（本大题共8小题，共90分）

16. （本小题8分）已知复数 $z=(a-1)+(\frac{1}{8}-2^{2a-4})i$ 所表示的点在第三象限.

（1）求 a 的取值范围；（2）若函数 $g(x)=\log_a x$，解关于 t 的不等式 $g(t^2-5)<g(1-t)$.

17. （本小题10分）已知二次函数 $f(x)$ 满足条件 $f(0)=1$，及 $f(x+2)-f(x)=2x$.

（1）求函数 $f(x)$ 的解析式；（2）在区间[-2,2]上，$y=f(x)$ 的图像恒在 $y=3x-m$ 的图像上方，试确定实数 m 的取值范围.

18. （本小题12分）已知向量 $\vec{a}=(1,3), \vec{b}=(x,-y)$.

（1）若 x，y 分别表示将一枚质地均匀的正方体骰子先后抛掷两次时第一次、第二次出现的点数，求满足 $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$ 的概率；（2）若 x，$y\in[1，6]$，求满足 $\vec{a}\cdot\vec{b}<0$ 的概率.

19. （本小题12分）已知 ΔABC 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，且

$$\frac{b-c}{\sin A+\sin C}=\frac{a-c}{\sin(A+C)}.$$

（1）求角 A 的大小；（2）若 $a=4\sqrt{3}$，且 $S_{\Delta ABC}=2\sqrt{3}$，求 ΔABC 的周长.

20.（本小题 10 分）习近平总书记提出"绿水青山就是金山银山". 某乡镇以"两山"理念引领高质量绿色发展，努力把绿水青山持续不断转化为人民群众的金山银山，现决定开垦荒地打造生态水果园区以增加收入.计划共投入 72 万元，全部用于 A、B 两个项目，要求每个项目至少要投入 15 万元. 调研小组在对市场进行调研时发现：A 项目的收益 y_1 与投入 x（单位：万元）满足 $y_1=\begin{cases}4\sqrt{x}+25,15\le x\le 36\\ 49,36<x\le 57\end{cases}$，$B$ 项目的收益 y_2 与投入 x（单位：万元）满足 $y_2=\frac{1}{2}x+20$.

（1）当 A 项目的投入为 25 万元时，求 A、B 两个项目的总收益；（2）问 A、B 两个项目各投入多少万元时，总收益最大，最大收益为多少？

21.（本小题 14 分）已知正项数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且满足 $a_n^2=2a_nS_n-1$.

（1）证明：数列 $\{S_n^2\}$ 是等差数列；（2）设 $b_n=\frac{1}{S_{n+1}+S_n}$，求数列 $\{b_n\}$ 的前 100 项和 T_{100}.

22.（本小题 10 分）A、B 两类药片有效成分如下表所示. 若要求至少提供 14 毫克阿司匹林、79 毫克小苏打、28 毫克可待因，问：A、B 两类药片如何搭配价格最低，最低价格为多少元？

成分 种类	阿司匹林	小苏打	可待因	每片价格（元）
A（毫克/片）	2	5	1	0.3
B（毫克/片）	1	8	6	0.2

23.（本小题 14 分）已知椭圆 C 焦点在 x 轴上，短轴长为 $2\sqrt{3}$，离心率为 $\frac{1}{2}$.

（1）求椭圆 C 的标准方程；

（2）设椭圆 C 的左顶点为 A，若椭圆 C 上存在点 Q，使得四边形 $AOPQ$ 是平行四边形（其中 O 为坐标原点，点 P 在第一象限)，求直线 AP 与 OQ 的斜率之积；

（3）记圆 $O:x^2+y^2=\frac{ab}{a^2+b^2}$ 为椭圆 C 的"关联圆". 过椭圆 C 上一动点 P，作椭圆 C"关联圆"的两条切线，切点为 M、N，直线 MN 的横、纵截距分别为 m、n，求证：$\frac{3}{m^2}+\frac{4}{n^2}$ 为定值.